CONTROLE CONTINU D'ANALYSE MATHEMATIQUE

Niveau : L1S1 Durée : 02 heures

Exercice 1 : $(3pts)$

1- Définir

a) Une fonction

b) Une application

c) Une bijection

d) La continuité en un point

2- Enoncer le théorème des fonctions réciproques.

Exercice 2 : $(7pts)$ On considère la fonction définie sur $]1,+\infty[$ par :

$$f(x)=x^2\left(1-\frac{2}{lnx}\right)$$

1- Déterminer la dérivée f' de f.

2- Dresser le tableau de variation de f ; on précisera les limites de f en 1 et en $+\infty$.

3- Tracer la courbe représentant f dans un repère orthogonal.

Exercice 3 : (($5pts$: Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{3-x^2}{2} & si\, x\leq 1\\ \dfrac{1}{x} & si\, x>1\end{cases}$$

1- Montrer que f est continue sur l'intervalle $[0,2]$ et dérivable sur l'intervalle $]0,2[$.

2- En déduire qu'il existe $c\in]0,2[$ tel que $f(2)-f(0)=(2-0)f'(c)$.

3- Déterminer les valeurs possibles de c.

Exercice 4 : $(5pts)$ On considère la fonction f définie sur $]-\infty,1]$ par :

$$f(x)=-x+\frac{3}{2}-\frac{x}{x^2+1}$$

1- Calculer $\lim_{x\to 1^-}f(x)$ et $\lim_{x\to-\infty}f(x)$.

2- Justifier la continuité de f.

3- Montrer que la droite (D) d'équation $y=-x+3/2$ est asymptote à la courbe de f.

4- Montrer que f est une bijection de l'intervalle $]-\infty,1]$ sur un intervalle I à préciser. Indiquer le tableau de variation de l fonction réciproque f^{-1}.